(١) (ا) إذا كان $\overrightarrow{ل}_{٢}$ = ٢٠ ، $|\overrightarrow{ر}|$ = ٢٤ أوجد قيمة $\overrightarrow{ق}_{ر}$

(ب) أوجد الحد الخالى من س فى مفكوك $س^{٩} (س^{٢} - \frac{١}{س^{٣}})^{١٣}$

(حـ) أوجد مجموعة حل المعادلة : ع + $|\overline{ع} - ١|$ + ت = صفر .

حيث $\overline{ع}$ مرافق ع

(١) [ا] ∵ $\overrightarrow{ل}_{ر}$ = $\overrightarrow{ل}_{٢}$ ∴ ح = ٥

∴ $|\overrightarrow{ر}|$ = ٢٤ ∴ ر = ٤

∴ $\overrightarrow{ق}_{ر}$ = $\overrightarrow{ق}_{٤}$ = $\overrightarrow{ق}_{١}$ = ٥

[ب] ∵ ع$_{ر+١}$ = $س^{٩}$ × $\overrightarrow{ق}_{ر}^{١٣}$

× $(س)^{ر-٣}$ $(س)^{٢٦-٢ر}$

∵ $س^{٠}$ = $س^{٣٥-٥ر}$ ∴ ر = ٧

∴ الحد الخالى من س هو ع$_{٨}$

ع$_{٨}$ = $\overrightarrow{ق}_{٧}^{١٣}$ = $\overrightarrow{ق}_{٦}^{١٣}$ = ١٧١٦

[حـ] بفرض أن : ع = س + ت ص

∴ $\overline{ع}$ = س − ت ص

∵ ع + $|\overline{ع} - ١|$ + ت = ٠

∴ س + ت ص + $|(س - ١) - ت ص|$

+ ت = ٠

∴ س + ت ص +

$\sqrt{(س - ١)^{٢} + ص^{٢}}$ + ت = ٠

∴ س + $\sqrt{(س - ١)^{٢} + ص^{٢}}$ = ٠

∴ س = − $\sqrt{(س - ١)^{٢} + ص^{٢}}$

بتربيع الطرفين .

∴ $س^{٢}$ = $س^{٢}$ − ٢ س + ١ + $ص^{٢}$

∴ س = $\frac{١}{٢}$ (١ + $ص^{٢}$) ..... ①

∵ (ص + ١) ت = ٠ ∴ ص = − ١

من ① س = $\frac{١}{٢}$ × ٢ = ١

م . ع = { (١ ، − ١) }

(٢) (أ) اكتب العدد ع = $\frac{-١٢ - ٤\sqrt{٣}\,ت}{٣ + \sqrt{٣}\,ت}$ على الصورة المثلثية والصورة الأسية .

(ب) إذا كانت النسبة بين معاملات ثلاثة حدود متتالية فى مفكوك $(١ + س)^{ن}$ هى ١ : ٢ : ٣ حيث ن عدد صحيح موجب ، فأوجد قيمة ن ، ورتب هذه الحدود .

(حـ) باستخدام طريقة كرامر . أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية :

٣ س + ص − ع = ١٠ ، ٢ س + ٢ ص + ع = ١١ ،

س − ص + ٣ ع = ٤

(٢) [أ] ∵ ع = $\frac{-١٢ - ٤\sqrt{٣}\,ت}{٣ + \sqrt{٣}\,ت} \times \frac{٣ - \sqrt{٣}\,ت}{٣ - \sqrt{٣}\,ت}$

∴ ع = $\frac{٤(٣ - \sqrt{٣}\,ت)(٣ - \sqrt{٣}\,ت)}{١٢}$

∴ ع = $\frac{١}{٣}$ (٩ − ٦ $\sqrt{٣}$ ت − ٣)

∴ ع = ٢ (١ − $\sqrt{٣}$ ت)

= ٤ ($\frac{١}{٢}$ − $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ت)

الصورة المثلثية :

٤ = (حتا ٣٠٠° + ت حا ٣٠٠°)

= ٤ (حتا $\frac{٥\pi}{٣}$ + ت حا $\frac{٥\pi}{٣}$)

الصورة الأسية : ع = ٤ هـ$^{\frac{٥\pi}{٣}ت}$

[ب] نفرض أن الحدود هى :

ع$_{ن}$ ، ع$_{ن+١}$ ، ع$_{ن+٢}$

∵ $\frac{ع_{ن+١}}{ع_{ن}} = \frac{٢}{١}$ ∴ $\frac{ن + ١ + ك}{ن} = ٢$

$\therefore$ ح $-$ ر $+ 1 = 2$ ر

$\therefore$ $\boxed{\text{ح} = 3\text{ر} - 1}$ ..... (1)

$\because \frac{\text{ع}_{\text{ر}+2}}{\text{ع}_{\text{ر}+1}} = \frac{3}{2}$

$\therefore \frac{\text{ح} - (\text{ر}+1)+1}{\text{ر}+1} = \frac{3}{2}$

$\therefore$ 2 ح $-$ 2 ر $= 3$ ر $+ 3$

$\therefore$ $\boxed{2\text{ح} = 5\text{ر} + 3}$ ..... (2)

من (1) ، (1) $6\text{ر} - 2 = 5\text{ر} + 3$

$\therefore$ $\boxed{\text{ر} = 5}$

$\therefore$ الحدود هى : ع$_5$ ، ع$_6$ ، ع$_7$

من (1) ح $= 3 \times 5 - 1 = 14$

[حـ] Δ $= 20$ ، Δ س $= 60$ ، Δ ص $= 40$ ،

Δ ع $= 20$

$\therefore$ م . ع $= \{(3، 6، 2، 1)\}$

(٣) (ا) أثبت أن : $\omega - \omega^{٢} = \pm \sqrt{٣}$ ت ومن ذلك استنتج أن :

$$\left(\frac{\omega ١١ - ٧}{\omega ٧ - ١١^{٢}} + \frac{٩ + \omega ٢ + \omega ٣^{٢}}{٣ + \omega ٩ + \omega ٢^{٢}} \right)^{٨} = ٨١$$

(ب) بدون فك المحدد ، أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} \frac{ا}{٢} & \frac{ب}{٢} & ١ \\ حـ & ء & ٢ \\ ٢ ا - حـ & ٢ ب - ء & ٢ \end{vmatrix} = \text{صفرًا} .$$

(٣) [ا] الأيمن =

$$\left(\frac{\omega ١١ - \omega ٧^{٣}}{١١ - \omega ٧^{٢}} - \frac{٩ + \omega ٢ + \omega ٣^{٢}}{\omega ٣^{٣} + \omega ٩ + \omega ٢^{٢}} \right)^{٨}$$

$$= \left(\frac{(١١ - \omega ٧^{٢})\omega}{(١١ - \omega ٧^{٢})} - \frac{(\omega ٣^{٢} + ٩ + \omega ٢)}{(\omega ٣^{٢} + ٩ + \omega ٢)\omega} \right)^{٨}$$

$$= \left(\omega - \frac{١}{\omega} \right)^{٨} = (\omega - \omega^{٢})^{٨}$$

$$= \left(\pm \sqrt{٣} \text{ ت} \right)^{٨} = ٣^{٤} = ٨١$$

[ب] بأخذ $\frac{١}{٢}$ عاملًا مشتركًا من صـ$_{١}$

$$\therefore \text{المحدد} = \frac{١}{٢} \begin{vmatrix} ا & ب & ٢ \\ حـ & ء & ٢ \\ ٢ ا - حـ & ٢ ب - ء & ٢ \end{vmatrix}$$

بأخذ ٢ عاملًا مشتركًا من ع$_{٣}$

$$\therefore \text{المحدد} = \begin{vmatrix} أ & ب & 1 \\ حـ & ء & 1 \\ 2أ - حـ & 2ب - ء & 1 \end{vmatrix}$$

بضرب $ص_1 \times 2$ وطرح $ص_2$ من $ص_1$

$$\therefore \text{المحدد} = \begin{vmatrix} 2أ - حـ & 2ب - ء & 1 \\ حـ & ء & 1 \\ 2أ - حـ & 2ب - ء & 1 \end{vmatrix}$$

$\because ص_1 = ص_3$

$\therefore$ المحدد = صفرًا